



ETUDE DIDACTIQUE D'ACTIVITÉS D'INVESTISSEMENT DES NOMBRES DANS DES MANUELS SCOLAIRES DU CYCLE COLLÉGIAL AU MAROCⁱ

Mohamed Cherguiⁱⁱ

ERAM Team, LaREAMI-Lab,
Centre régional des métiers
d'enseignement et de formation,
Kénitra, Maroc

Résumé:

Ce travail vise à étudier les formes d'investissement du nombre dans des situations proposées dans des manuels scolaires du cycle collégial au Maroc. Il s'agit d'un concept d'une grande importance épistémologique et didactique. En effet, l'acquisition de plusieurs autres concepts et de plusieurs capacités spécifiques aux mathématiques ou transversales exige une maîtrise des nombres et de leurs manipulations. De plus le nombre est l'un des concepts qui favorisent des jeux de cadres qui sont au même temps nécessaires pour mieux percevoir son sens. La place du nombre dans le curriculum scolaire marocain adressé au cycle collégial et les cadres dont il est traité, font l'objet de cet article. L'exploration est entreprise dans des activités proposées par des manuels scolaires destinés aux apprenants des niveaux du cycle collégial. Pratiquement, il s'agit de l'examen d'activités destinées à l'animation des deux phases du processus enseignement/apprentissage, conceptualisation et d'exercisation et relevant du domaine des équations du premier degré à une inconnue. L'analyse a porté sur les types de nombres mis en situation et sur les cadres où ils sont traités. Il a été déduit une présence d'une certaine diversification dans les activités proposées dans les manuels scolaires choisis et une nette corrélation entre les choix faits dans les deux phases. Néanmoins, des insuffisances ont été observées pour certains niveaux scolaires.

Mots clés: nombre, conceptualisation, jeux de cadres, champs conceptuels

Abstract:

This work aims to study the forms of investment of the number in situations proposed in school textbooks of the college cycle in Morocco. It is a concept with great epistemological

ⁱ DIDACTICAL STUDY OF INVESTMENT ACTIVITIES OF THE NUMBERS IN SOME SCHOOL TEXTBOOKS OF THE COLLEGE CYCLE IN MOROCCO

ⁱⁱ Correspondence: email chergui_m@yahoo.fr

and didactical importance. Indeed, the acquisition of several other concepts and several specific skills in mathematics requires a mastery of numbers and their manipulations. In addition, number is one of the concepts that allows the framework games, which are at the same time necessary to perceive very well its meaning. The place of the number in the Moroccan school curriculum addressed to the college cycle and the frameworks where it is treated, are the subject of this article. Exploration is undertaken in activities given by textbooks for learners at the college level. Practically, it is the examination of the activities pertaining to the two phases of the teaching / learning, conceptualization and exercise process and also pertaining to the domain of equations from the first degree with one unknown. The analysis focused on the types of numbers put in situation and on the frameworks where they are treated. It was deduced a diversification in the activities proposed in the selected textbooks and a clear correlation between the choices made in the two phases. However, shortcomings have been observed for certain educational levels.

Keywords: number, conceptualization, change of frameworks, conceptual fields

1. Introduction

L'un des objectifs majeurs de l'enseignement des mathématiques est de permettre à chaque élève de construire progressivement, à l'école maternelle en passant par le primaire et au collège, les éléments nécessaires à l'acquisition des compétences liées à la construction et la perception des nombres, les techniques de calcul qui les mettent en œuvre et le rôle des uns et des autres dans les grandeurs, la gestion de données et la modélisation de situations issues de plusieurs contextes. Les savoirs liés aux nombres se développent chez les apprenants de manière continue et cumulative, d'une part les concepts prennent des aspects de plus en plus formels et d'autre part les domaines d'application s'élargissent. C'est un point de vue bien aligné aux résultats sur l'épistémologie génétique (Piaget, 1970). Donc, un choix très pertinent des situations d'apprentissage à mettre à la disposition des apprenants pour déclencher la genèse des nouveaux savoirs est fortement sollicité. Cette pertinence, quant à elle nécessite une analyse a priori bien structurée et surtout bien fondée des activités qui seront présentées de la part de l'enseignant à ses apprenants.

Le présent article s'intéresse à l'étude du concept du nombre tel qu'il est présent dans les programmes scolaires marocains du cycle collégial. Notre objectif est d'explorer certaines formes proposées d'investissement de cet important concept. Cette importance est accrue lorsqu'il s'agit d'apprenants d'un cycle où les fondements pour de futurs apprentissages sont en cours d'instauration. L'étude portera sur l'investissement des nombres chez des apprenants au cycle collégial. Un tel investissement qui ne peut être dissocié de la conceptualisation, en se référant à plusieurs approches didactiques constructivistes, comme on peut le trouver implicitement dans la théorie des situations

didactiques (Brousseau, 1998) ou explicitement dans les différentes dialectiques de R. Douady (1986).

Une question tout à fait naturelle peut se poser de façon immédiate est, pourquoi traiter particulièrement le concept de nombre ?

Epistémologiquement l'acquisition de plusieurs notions et dans plusieurs domaines exige une bonne maîtrise des nombres et de leur manipulation. Une maîtrise du sens et des différentes formes de représentation qui est en soi un apprentissage (C.Laborde, 1982). Ceci nécessite pour le didacticien un retour sur la genèse des différents types de nombres. Dans ce cadre, la section suivante tâchera à rapporter un bref aperçu sur ce sujet. Historiquement, il s'agit d'un concept qui s'est développé chez plusieurs civilisations en tant qu'objet et en tant qu'outil et dans des cadres assez diversifiés. Ce positionnement épistémologique et historique du nombre qui est à l'origine du cadrage théorique dans lequel va s'inscrire ce travail. Explicitement ce sont les différents cadres, au sens de R. Douady, que le présent travail a tenté d'explorer dans des activités proposées dans des manuels scolaires approuvés officiellement par le ministère de l'éducation nationale marocain, et qui sont destinés au cycle collégial.

Didactiquement, les cadres numériques et algébriques où le nombre joue un rôle fondamental, sont assez utilisés pour traiter plusieurs notions mathématiques comme le calcul numérique, les équations algébriques, la statistique..., mais la liste des cadres au moins en mathématiques est encore plus longue et ils intègrent à leur tour l'utilisation des nombres.

L'importance de prise en considération des cadres dans lequel le nombre est traité, a beaucoup motivé ce travail, focalisé sur la problématique de l'efficacité des activités de conceptualisation et d'exercisation, proposées dans les manuels scolaires sur les équations du premier degré au collège, dans l'investissement du nombre. Pour traiter cette problématique, l'étude va s'articuler autour des deux questions suivantes :

- Quelle place occupe la notion de nombre dans le curriculum ?
- D'un point de vue didactique, comment les nombres sont-ils traités dans des activités de manuels scolaires au cycle collégial ?

Pour répondre à la première question, nous avons choisi d'analyser le contenu des programmes à travers les documents pédagogiques officiels. La deuxième, va être abordée par l'analyse didactique de quelques activités qui mettent en jeu le concept du nombre. Ces activités concernent la conceptualisation et l'exercisation du domaine des équations du premier degré à une inconnue et qui représente un champ très adéquat à la manipulation des nombres. L'examen du corpus choisi dans le cadre de cette étude sera sur la base du type de nombre mis en situation et le cadre où il est traité. Les résultats de cet examen ainsi que la discussion qui en découle, feront l'objet respectif des deuxième et troisième sections de ce papier qui sera terminé par une conclusion synthétisant le travail réalisé.

2. Cadrage épistémologique, didactique et institutionnel de l'étude

Cette section essaie de dresser les cadres de la présente étude dans le but de la positionner épistémologiquement, dans le champ de la didactique des mathématiques et aussi institutionnellement puisqu'il s'agit d'une étude exploratoire dans un contexte bien précis qui est le système éducatif marocain.

2.1 Aperçu épistémologique

Les nombres ont évolués à travers l'histoire d'une manière très particulière. En effet, à partir de certains objets collectés dans plusieurs sites dans les cinq coins du monde, il s'est confirmé leur utilisation depuis l'antiquité et chez plusieurs civilisations. La pluralité est aussi manifestée par les contextes sociaux et culturels dans lesquels ils ont été utilisés. Il s'agit alors d'une dimension fonctionnelle du nombre qui exige, tout naturellement, sa manipulation. Il s'agit alors de systèmes de numération qui étaient trop variés en conception et en représentation, propres à chaque civilisation. On retient (Ifrah, 1994) que l'utilisation du système décimal remonte à beaucoup de peuples tels que les Indo-européens, les Sémites, les Égyptiens, les Assyriens, les Indiens, les Incas, les Chinois... A l'occident la base douze était utilisée, la base vingt chez les Mayas notamment, la base soixante adoptée par les Sumériens...

Cette diversité rappelle les systèmes octale et hexadécimale utilisées actuellement en informatique. Il paraît alors que les nombres sont encore en état d'évolution toujours dans le sens de leur adaptation aux besoins des utilisateurs.

En parallèle à ce travail intéressant de représentation des nombres, une autre réflexion d'ordre purement mathématique était en train de se développer. A titre d'exemples, la définition par les Grecs (Boniface, 2002) des racines carrées et la preuve de l'irrationalité de certains nombres ($\sqrt{2}$; π ; ...). La suite est bien connue, l'émergence de nouveaux domaines scientifiques comme l'algèbre, la géométrie algébrique, l'analyse matricielle, la théorie des ensembles, la logique formelle..., fournissant ainsi les outils nécessaires pour répondre à des questions mathématiques telles que la cardinalité des ensembles, l'irrationalité ou transcendance des nombres ...et contribuant à des révolutions dans les domaines de la science, de l'industrie et de la technologie d'information et de communication.

2.2 Cadre didactique

La théorie des champs conceptuels développée par Gérard Vergnaud (1984) et qui s'inscrit dans la continuité des travaux de Piaget, tente de répondre à une question incontournable en éducation. C'est la question du développement et de l'apprentissage à long terme des connaissances. En fait, dans le cadre de cette théorie, un concept ne peut être étudié isolément, mais au sein de son champ conceptuel, c'est-à-dire à (Vergnaud, 1990) « *un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion* ». Une définition du concept en cohérence avec la vision cognitiviste de l'apprentissage voit alors le jour. Pour

Vergnaud le concept a trois composantes qui le caractérisent. La première est la référence, l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept. La deuxième est le signifié formé des invariants opératoires ou théorèmes en actes du concept nécessaires pour le traitement du concept et par suite aboutir à la résolution de la situation affrontée. Selon cette théorie, les erreurs produites par les apprenants proviennent d'une application erronée ou d'une invalidité d'un théorème en acte. La troisième composante est le signifiant qui est l'ensemble des formes langagières et non langagières nécessaires pour la représentation symbolique du concept et qui permettent de faire des manipulations et réaliser les échanges en terme de communication. Cette dernière composante, a aussi une autre fonction, elle favorise la transformation des concepts-outils en concepts-objets. Ces deux statuts d'un concept ont été définis par R. Douady (1986) pour étudier les relations entre les contenus dans les situations mises en œuvre. Lorsque l'utilisation d'un concept mathématique en résolution d'un problème est liée par d'autres concepts qui interviennent aux mêmes problèmes, on parle alors d'un concept à caractère outil, et il est de caractère objet, lorsqu'il est considéré comme un élément d'un édifice culturel, placé dans une construction culturelle plus large, celle de la connaissance scientifique à un certain moment, socialement reconnue. Il s'ensuit que pour que les apprenants prennent eux-mêmes la responsabilité de construire le savoir, il est nécessaire de leur dispenser d'une situation qui met en œuvre les relations dialectiques outil-objet, ancien-nouveau et les jeux de cadres. Un cadre est défini (Douady, 1986) « *Un cadre est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations éventuelles diverses et des images mentales associées à ces objets et ses relations.* ». Le mot cadre est encore utilisé avec un sens large, il peut désigner un champ de connaissances qui n'appartient pas aux mathématiques. Ces cadres s'avèrent des outils pédagogiques efficaces qui permettent aux apprenants d'apprendre des notions nouvelles ou d'autres qui sont plus complexes. En effet dans la phase de la recherche, les apprenants confrontent des difficultés d'analyser le problème et de déterminer les chemins à emprunter pour arriver au bon résultat, ils essaient de tester toutes les méthodes qu'ils ont déjà apprises. Il appartient à cet instant à l'enseignant d'intervenir en explorant d'autres cadres mais en veillant à que ce soit fait sous la responsabilité des apprenants pour développer leurs conceptions.

C'est dans ce cadre didactique qu'il a été envisagé d'aborder la problématique de cet article. En effet, d'une part le concept nombre a un statut d'outil dans le cours sur les équations du premier degré au collège et il interfère alors avec d'autres concepts qui appartiennent à des cadres divers. D'autre part les équations font partie du champ conceptuel du concept nombre.

2.3 Cadrage institutionnel

Dans le système éducatif marocain, les programmes des mathématiques au cycle collégial, qui s'étale sur trois années d'étude après les six années d'étude en primaire, se répartissent selon les trois domaines mathématiques suivants (Men, 2009) :

- Domaine 1 : Activités du calcul numérique.

- Domaine 2 : Activités de géométrie.
- Domaine 3 : Activités graphiques et statistiques.

Dans le premier domaine, l'enseignement des nombres occupe une place très importante par son contenu varié et vu l'enveloppe horaire considérable qui leur est allouée. Le tableau 1 ci-dessous, présente un inventaire exhaustif des contenus et des capacités visées par les programmes des trois années du cycle collégial telles qu'elles sont stipulées dans les orientations pédagogiques officielles (OPO) relatives à l'enseignement des mathématiques au collège (Men, 2009).

Tableau 1 : Les nombres dans les trois niveaux scolaires du collège et les capacités visées

Types de nombres dans le programme	Capacités visées
<ul style="list-style-type: none"> • Les nombres entiers. • Les nombres décimaux positifs. • Les nombres rationnels. • Les nombres décimaux relatifs. • Les nombres rationnels. • Les nombres irrationnels de la forme \sqrt{a} 	<ul style="list-style-type: none"> • Effectuer des calculs en utilisant les opérations fondamentales. • Comparaison de nombres fractionnaires. • Représentation des nombres sur une droite. • Factorisation des expressions. • Utilisation de la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées aux racines carrées des nombres. • Détermination de la valeur de x pour les équations de la forme $x^2 = a$. • Utilisation des relations $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ • $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$. • Rendre le dénominateur d'une fraction sous forme d'un nombre rationnel.

Il importe de signaler que les orientations pédagogique (Men, 2009) recommande certaines instructions d'ordre didactique aux enseignants pratiquants, dont nous citons ci-après celles en relation avec le sujet du présent travail :

- L'introduction des nombres irrationnels de la forme \sqrt{a} n'est programmée qu'à la 3^{ème} année du collège comme application du théorème direct de Pythagore.
- Eviter le recours à toute construction formelle des nombres et se contenter juste des prérequis intuitifs des apprenants.
- Axer l'intérêt aux activités calculatoires dans la manipulation des nombres.
- Donner plus d'intérêt au calcul avec des expressions algébriques qu'aux nombres écrits avec les chiffres.

On peut déduire de cet aperçu que l'investissement du nombre ne fait pas partie des contenus des chapitres du programme sur les nombres et c'est à l'enseignant de rechercher dans les trois domaines du programme où ça peut être convenable de le faire. Les équations du premier degré à une inconnue programmées aux trois niveaux du collège représentent une opportunité de pratiquer cet investissement. En effet les orientations pédagogiques visent à travers l'enseignement des équations de faire acquérir aux apprenants de ce cycle la résolution de problèmes émanant du concret. C'est un choix bien justifié en se référant à ce qui a été dit dans la sous-section précédente.

3. Cadre méthodologique de la recherche

3.1 Description du corpus d'analyse

L'analyse rapportée dans cet article, concerne les activités proposées pour le cours sur les équations du premier ordre à une inconnue dans les trois niveaux du cycle collégial. C'est un choix basé sur le fait que le domaine des équations est le cadre le plus propice dans le programme du collège pour l'investissement du nombre.

Les activités analysées sont choisies à partir de trois manuels scolaires de mathématiques du cycle collégial accrédité par les services compétentes du ministère de l'éducation nationale en matière de délivrance des accréditations pour les manuels scolaires conformément aux normes prescrites dans les cahiers des charges (Direction des curricula, 2001).

Les manuels concernés par notre analyse selon le niveau sont consignés dans le tableau suivant :

Tableau 2 : Liste des manuels analysés

Niveau	Manuel choisi	Numéro d'accréditation Ministérielle
1 ^{ère} année du collège	Al Moufid fi Ryadiat	03 211 103
2 ^{ème} année du collège	Al Massar fi Ryadiat	03 221 104
3 ^{ème} année du collège	Al Mouhit fi Ryadiat	03 231 105

Chaque manuel scolaire de mathématiques est composé de chapitres qui à leur tour formés de trois parties. La première est consacrée à des activités de préparation à l'introduction des nouveaux savoirs qu'on dénommera par la suite par activités de conceptualisation, la deuxième est dédiée à présenter l'essentiel des contenus stipulés par les programmes et la dernière est réservée aux activités d'investissement des nouveaux apprentissages. Ces activités seront dénommées par la suite par activités d'exercisation.

Notre analyse sera axée sur les premier et dernier types d'activités proposées dans les trois manuels scolaires susmentionnés. La taille totale du corpus analysé, égale au nombre total des activités des trois manuels est la suivante :

Tableau 3 : Effectifs des activités analysées

Types d'activités	Effectifs
Activités de préparation à la conceptualisation	16
Activités d'exercisation	102

3.2 Méthode de collecte des données

Les activités de conceptualisation et d'exercisation ont été analysées selon les deux critères suivants :

- Le type de nombre mis en jeu dans l'activité.
- Le type de cadre de traitement du nombre.

Sous chaque type s'inscrit les modalités décrites dans le tableau ci-après.

Tableau 4 : Critères de classification des activités

Types de nombres	Cadres de traitement des nombres
Entiers naturels	Cadre algébrique
Entiers relatifs	Cadre numérique
Décimaux	Cadre graphique
Rationnels	Cadre géométrique
Irrationnels	Cadre relevant d'un autre champ disciplinaire (autres que les mathématiques)

4. Présentation des résultats

L'examen des activités dans les manuels scolaires choisis a permis d'obtenir les résultats qui seront présentés ci-après en distinguant entre les aspects qualitatifs et quantitatifs. Le traitement statistique des résultats a été réalisé par le logiciel Excel 2010.

4.1 Résultats d'analyse des activités destinées à la conceptualisation

A. Qualitativement on a obtenu les résultats détaillés dans les deux tableaux qui suivent concernant la répartition des activités destinées à la conceptualisation, selon le type de nombres mis en jeu et selon le cadre dans lequel sont formulées les situations décrites dans ces activités.

Tableau 5 : Répartition par niveau des types des nombres investis

Types de nombres	1 ^{ère} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC
Entiers naturels	✓	✓	✓
Entiers relatifs	✓	✓	
Décimaux	✓		
Rationnels		✓	
Irrationnels			✓

Tableau 6 : Types de cadres des activités de conceptualisation

Cadres	1 ^{ère} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC
Cadre algébrique		✓	
Cadre numérique	✓		
Cadre graphique			
Cadre géométrique	✓	✓	✓
Cadre relevant d'un autre champ disciplinaire	✓	✓	✓

B. Sur le plan quantitatif on a obtenu les résultats suivants:

Pour les activités de préparation, le dénombrement des redondances dans la nature des nombres a donné les effectifs du tableau suivant:

Tableau 7 : Effectifs des types de nombres par niveau scolaire

Types de nombres	1 ^{ère} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC	Effectifs cumulés (x_n)
Entiers naturels	53	17	13	83
Entiers relatifs	6	0	0	6
Décimaux	12	0	0	12
Rationnels	0	3	0	3
Irrationnels	0	0	0	0

La répartition des cadres selon le niveau scolaire a révélé les résultats suivants:

Tableau 8 : Répartition des activités de préparation par cadre

Cadres	1 ^{ère} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC	Effectifs cumulés (x_c)
Cadre algébrique	0	1	0	1
Cadre numérique	2	0	0	2
Cadre graphique	0	0	0	0
Cadre géométrique	1	1	1	3
Cadre relevant d'un autre champ disciplinaire	1	4	2	7

Ces derniers résultats peuvent être illustrés graphiquement par les représentations suivantes:

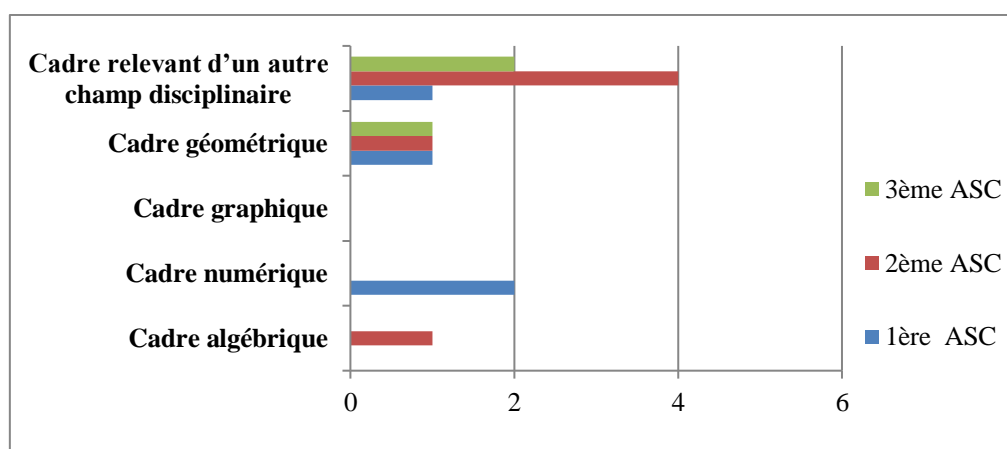


Figure 1 : Représentation graphique des résultats sur les types de cadres

4.2 Résultats d'analyse des activités d'exercisation

La classification des exercices selon les critères explicités précédemment a donné les résultats suivants:

A. Résultats qualitatifs

a. Pour les types de nombres mis en jeu dans l'activité on a :

Tableau 9 : Classification des exercices traitant les types du nombre

Types de nombres	1 ^{er} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC
Entiers naturels	✓	✓	✓
Entiers relatifs	✓	✓	✓
Décimaux	✓	✓	✓
Rationnels	✓	✓	✓
Réels			✓

b. Pour les types cadres mis en jeu dans l'activité on a :

Tableau 10 : Classification des exercices selon les cadres

Cadres	1 ^{ère} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC
Cadre algébrique	✓	✓	✓
Cadre numérique	✓		
Cadre graphique			
Cadre géométrique	✓	✓	✓
Cadre relevant d'un autre champ disciplinaire	✓	✓	✓

B. Résultats quantitatifs

Les résultats représentés dans les deux tableaux suivants ont été obtenus par un dénombrement des cadres dans lequel les exercices sont formulés et les types de nombres utilisés.

a. Classification selon le type de nombre

Tableau 11 : Classification des exercices selon le type de nombres

Types de nombres	1 ^{ère} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC	Effectifs cumulés (y_n)
Entiers naturels	158	217	162	537
Entiers relatifs	39	83	71	193
Décimaux	9	7	6	22
Rationnels	40	79	28	147
Irrationnels	0	0	55	55

b. Classification selon le type de cadre

Tableau 12 : Effectifs des cadres dans les exercices

Cadres	1 ^{ère} ASC	2 ^{ème} ASC	3 ^{ème} ASC	Effectifs cumulés (y_c)
Cadre algébrique	5	21	13	39
Cadre numérique	6	0	0	6
Cadre graphique	0	0	0	0
Cadre géométrique	5	3	3	11
Cadre relevant d'un autre champ disciplinaire	14	22	10	46

Ces résultats peuvent être visualisés graphiquement comme suit :

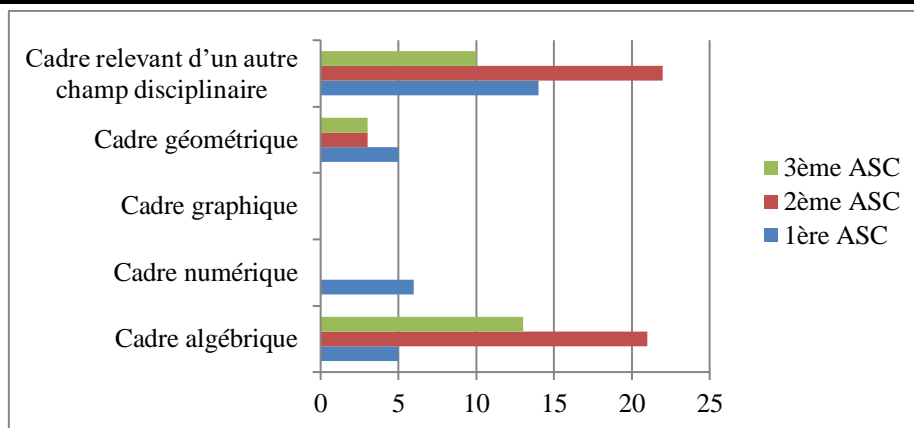


Figure 2 : Représentation graphique des résultats obtenus au tableau 13

5. Discussion et analyse des résultats

5.1 En matière de la place du nombre par niveau scolaire

A. A l'étape de conceptualisation

En 1^{ère} année du collège les activités sur les équations du premier degré mettent en œuvre les entiers naturels avec une proportion de 75%, de 17% pour les nombres décimaux et de 8% pour les entiers relatifs.

Cette domination des entiers naturels peut-être expliquée par l'intérêt accordé à ce niveau pour la résolution des équations du premier degré à une inconnue puisqu'elles sont à caractère objet à ce stade d'apprentissage par rapport à l'avancement du programme.

Pour la 2^{ème} année nous observons que 85% des nombres utilisés sont des entiers naturels, 15% pour les nombres rationnels et une absence incompréhensible des nombres décimaux.

A la 3^{ème} année, les activités proposées dans le manuel choisi contiennent seulement les entiers naturels. Dans ce niveau l'absence des autres types de nombres n'est pas justifiée, sachant que c'est une année où les élèves ont pris connaissance de tous les types de nombres, y compris les irrationnels.

L'évolution d'investissement des nombres dans le domaine des équations durant le cycle du collège peut être visualisée par la figure suivante :

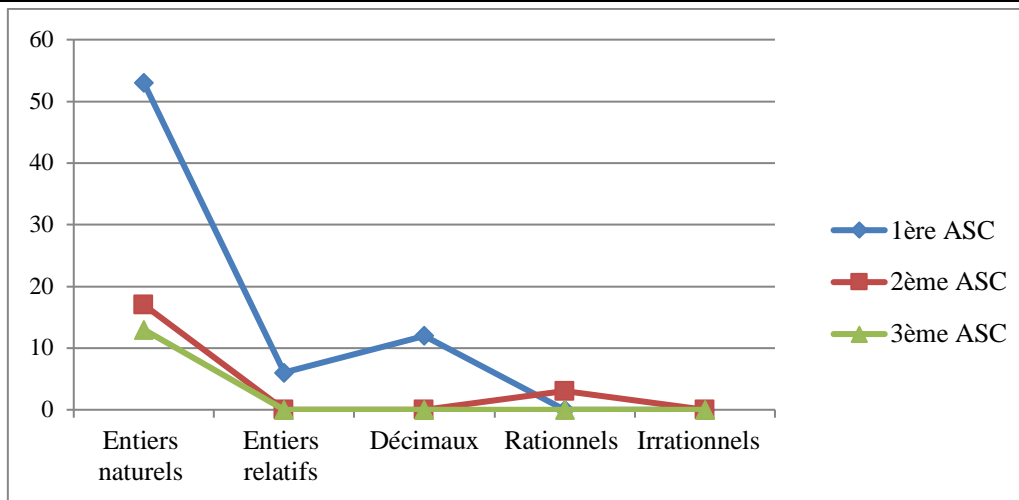


Figure 3 : Evolution d'investissement des types de nombres par niveau scolaire dans les activités de préparation

Il est très net que l'utilisation des nombres entiers diminue par passage d'un niveau scolaire à un autre. Cette remarque paraît naturelle quant à l'évolution des types de nombres à apprendre telle quelle est stipulée par les orientations pédagogiques relatives à l'enseignement des mathématiques au collège (Men, 2009). Mais elle présente un aspect anormal quant au nombre relativement faible d'activités qui investissent les nombres décimaux, rationnels et irrationnels nouvellement appris.

B. A l'étape d'exercisation

Les résultats dans le tableau 10, montrent que pour la 1^{ère} année, la majorité des nombres traités dans les exercices sont des entiers naturels. En effet, ils constituent 64,2% de l'effectif total des nombres utilisés, 16,3% pour les nombres rationnels, 15,8% pour les entiers relatifs et 3,7% pour les nombres décimaux.

Cette domination des entiers naturels dans le traitement des équations du premier degré s'étale également à la 2^{ème} année. Le graphique suivant illustre bien ce propos.

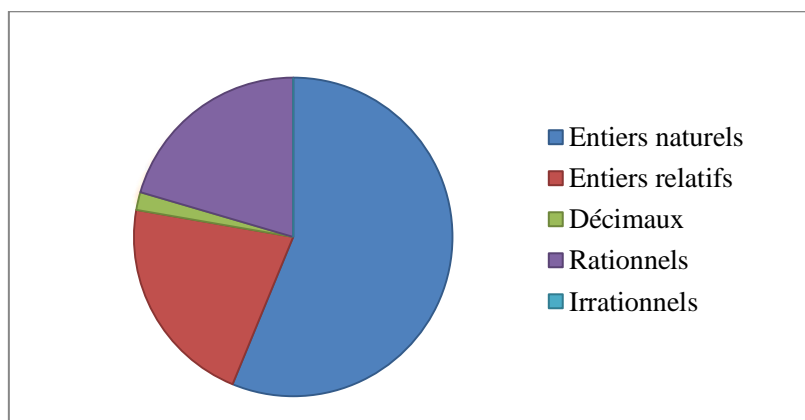


Figure 4 : Proportion des types de nombres en 2^{ème} ASC dans les activités d'exercisation

Enfin pour le niveau de la 3^{ème} année, il n'y a pas de changement significatif dans les proportions des types de nombres utilisés, à part l'utilisation des nombres irrationnels avec une proportion plus grande que les rationnels ou les décimaux.

5.2 En matière d'investissement des cadres par niveau scolaire

A. En phase de conceptualisation

En première année, le traitement du nombre dans un cadre numérique constitue 50%, dans le cadre géométrique est de 25% et pour le cadre relevant d'un autre champ disciplinaire est de 25%.

Pour la 2^{ème} année, on trouve que le cadre relevant d'un autre champ disciplinaire constitue 75%, le cadre géométrique est présent de 25%, alors que les autres cadres sont totalement absents.

En 3^{ème} année, le cadre relevant d'un autre champ disciplinaire occupe 67% et le cadre géométrique est de 33%.

On peut déduire que la plupart des activités appartiennent à des champs disciplinaires non mathématiques. Ceci est en parfaite conformité avec la manière dont les apprenants ont acquis les nombres comme outils de représentation de plusieurs objets qui ne sont pas forcément de nature mathématique.

Il importe aussi de noter ici, que ce choix didactique est efficace car ce type d'activités permet une bonne perception du concept du nombre pour les apprenants et illustre en clair ses formes d'utilisabilité.

B. En phase d'exercisation

Il ressort des résultats présentés dans le tableau 11, que pour le niveau de la 1^{ère} année 46,67% des exercices traitent le concept de nombre dans un cadre relevant d'un autre champ disciplinaire autre que les mathématiques, 20% des exercices le traite dans le cadre numérique et 16,67% à chacun des cadres algébrique et géométrique.

Concernant le niveau de la 2^{ème} année, les cadres investis relèvent d'une discipline autre que les mathématiques avec une proportion de 47,8%, de l'algèbre avec 45,7% et de la géométrie avec 6,5%.

Dernièrement, pour la 3^{ème} année, on trouve 50% des exercices sont formulés dans le cadre algébrique, puis 38,5% dans le cadre relevant d'un autre champ disciplinaire et ce qui reste est traité dans le cadre géométrique.

C. Une synthétisation des résultats

Cette partie d'analyse tente de répondre à la question de corrélation qui existe entre les différents résultats trouvés.

En se basant sur les résultats précédemment présentés, le calcul des coefficients de corrélation de Pearson donne $\rho(x_n, y_n) = 0,92$ et $\rho(x_c, y_c) = 0,63$.

La forte corrélation entre les types de nombres utilisés dans les deux phases de conceptualisation et d'exercisation reflète la conformité des manuels scolaires à un choix didactique bien déterminé. Mais sa pertinence n'est pas justifiée en termes de rendement

sur l'apprentissage. Cette mise en doute est bien soutenue par le fait que les effectifs des cadres dans les exercices sont moyennement corrélés.

La place accordée aux nombres entiers naturels en 1^{ère} année du collège dans le domaine des équations du premier degré peut être qualifiée de raisonnable en tenant compte des prérequis des apprenants à ce niveau scolaire en mathématiques mais aussi en compétences langagières dont dépend beaucoup le traitement de certaines situations. Ce propos est en accord avec le fait qu'en 2^{ème} et 3^{ème} années, où les prédispositions des apprenants sont plus développées, le traitement du concept de nombre s'effectue majoritairement dans les cadres géométrique et celui relevant d'un autre champ disciplinaire.

Mais il faut souligner que l'investissement des nombres décimaux et des entiers relatifs est relativement faible et reste inexplicable.

6. Conclusion

Le concept du nombre est un concept indispensable, non pas seulement dans une unité d'apprentissage ou pour une notion mathématique, mais aussi pour représenter les objets dans la vie quotidienne. Il exprime des grandeurs, des cardinaux, des relations de proportionnalité... ainsi il est présent dans plusieurs cadres et avec ses différents types. Cette situation a motivé le présent travail sur le concept de nombre qui représente l'un des apprentissages fondamentaux dans tous les curricula. Ceci crédibilise la problématique abordée dans ce papier : les activités de conceptualisation et d'exercisation sur les équations du premier degré favorisent-elles un bon investissement du nombre?

Avec un aperçu historique sur le concept de nombre la réponse doit être affirmative, mais les manuels scolaires en tant qu'outils de transposition didactique prennent-ils ceci en considération?

Le protocole d'investigation menée, a permis de conclure que le concept de nombre est investi dans plusieurs cadres, issus du domaine des mathématiques ou d'autres champs disciplinaires, avec une présence variée de tous les types du nombre, bien qu'en 2^{ème} et 3^{ème} années du collège des types importants de nombres sont faiblement présents surtout en activités d'exercisation, sachant que ces dernières représentent une bonne opportunité pour les apprenants de renforcer leurs acquis et de les investir dans différentes situations.

Normalement, un manuel scolaire ou encore un programme traduisent des choix didactiques, vérifier la pertinence de ces choix et leur impact sur le niveau d'acquisition chez les apprenants doit faire l'objet d'une étude pour mener les régulations éventuelles sur les curricula. Ceci est à portée perspective où nous proposons de se pencher sur la question suivante: Les erreurs de calcul qui prennent une ampleur de plus en plus accrue chez les élèves du collège, dépendent-elles du cadre de traitement des nombres?

Références

- Boniface. J. (2002). Les constructions des nombres réels dans le mouvement d'arithmétisation de l'analyse. s.l. Ellipses, 2002.
- Brousseau. G. (1998). Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990 . La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Douady R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet dans l'enseignement des mathématiques, Revue RDM, vol 7(2), pp 5-32.
- Direction des curricula (2001). Cahiers des charges cadres des manuels scolaires. Ministère de l'éducation nationale. Maroc.
- Ifrah, G. (1994). Histoire universelle des chiffres. Éditions Robert Laffond.
- Laborde C. (1982). Langue naturelle et écriture symbolique: deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique. Thèse d'état , IMAG, Université de Grenoble.
- MEN (2009). Orientations pédagogiques officielles et programmes relatifs à l'enseignement des mathématiques en secondaire collégial, Direction des curricula. Rabat, Maroc.
- Piaget, J. (1970). Psychologie et épistémologie. Paris: Éditions Gonthier.
- Vergnaud. G. (1984). Interactions sujet-situation, Actes de la 3ème école d'été de didactiques des mathématiques. Institut Imag, Université J. Fourier.
- Vergnaud. G. (1990). La théorie des champs conceptuels, Recherche en didactique des mathématiques (Vol. 10).

Creative Commons licensing terms

Author(s) will retain the copyright of their published articles agreeing that a Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY 4.0) terms will be applied to their work. Under the terms of this license, no permission is required from the author(s) or publisher for members of the community to copy, distribute, transmit or adapt the article content, providing a proper, prominent and unambiguous attribution to the authors in a manner that makes clear that the materials are being reused under permission of a Creative Commons License. Views, opinions and conclusions expressed in this research article are views, opinions and conclusions of the author(s). Open Access Publishing Group and European Journal of Education Studies shall not be responsible or answerable for any loss, damage or liability caused in relation to/arising out of conflicts of interest, copyright violations and inappropriate or inaccurate use of any kind content related or integrated into the research work. All the published works are meeting the Open Access Publishing requirements and can be freely accessed, shared, modified, distributed and used in educational, commercial and non-commercial purposes under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).